

Al Khawārizmi

Présentation

Abou Abdallah Mohammad Ibn Moussa Al-Khawārizmi, né vers 780 apr. J.-C (environ 164 après l'Hégire) dans la ville de Khwarezm (ou Khorezm, capitale de l'ancienne Choresmie d'Hérodote) nommée actuellement Khiva se trouvant en Ouzbékistan entre la mer Caspienne et la mer d'Aral. Il meurt à Bagdad (en Irak) vers 850 apr. J.-C (environ 236 après l'Hégire).

Hormis ses ouvrages astronomiques (ou apparaissent les premières tables de sinus et de tangentes), le principal ouvrage mathématique de référence est intitulé : «Al Kitāb al mokhtasar fi hisāb al jabr wa-l-moqābala» (الْكِتَابُ الْمُكَتَسَرُ فِي حِسَابِ الْجَبْرِ وَالْمُقَابَلَةِ)



(source : <http://www.wdl.org/fr/item/7462/view/1/3/>)

Ce livre contient plusieurs exemples utiles pour la vie quotidienne tels que le commerce, la topographie et surtout le calcul de l'héritage (très complexe dans la religion musulmane). Dans la première page de son livre, Al-Khawārizmi a rappelé la définition du système décimal utilisé en Inde. D'autre part, le titre de cet ouvrage contient deux mots très importants qui nous intéressent dans la suite de ce travail :

- le mot al jabr (جَبْر), qui est à l'origine du mot algèbre. Al-Khawārizmi a utilisé ce terme pour ajouter aux deux membres d'une équation le même terme.
- le mot al moqābala (مُقَابَلَة), qui signifie regrouper les quantités de même espèce.

Al Khawārizmi a classifié les équations en six types équations, que nous écrivons en langage moderne sous la forme :

Types d'équations :	Selon Al Khawārizmi	Langage moderne
simples	Carrés égaux aux racines.	$ax^2 = bx$
	Carrés égaux à un nombre.	$ax^2 = c$
	Racines égales à un nombre.	$bx = c$
composées	Carrés et racines égaux à un nombre.	$ax^2 + bx = c$
	Carrés et nombre égaux aux racines.	$ax^2 + c = bx$
	Carrés égaux aux racines et nombre.	$ax^2 = bx + c$

- Le nombre x^2 est appelé «Al-māl» الم (c'est-à-dire «le bien» au sens de fortune)
- Le nombre x est appelé «al-jidhr» الجذر (c'est-à-dire «la racine»)
- La constante est appelée «dirahm» درهم, ou «'adad» أَدَد (le «nombre»)

Dans la partie suivante, nous allons voir comment Al-Khawārizmi expliquait la résolution de certaines équations :

Résolution d'une équation à la façon d' Al-Khawārizmi

فأما الأموال والجذور التي تعدل العدد فقل قولك
مال وعشرة أجزاؤه يعادل تسعة وثلاثين درهما ومعناه أي مال إذا زدت عليه مثل
عشرة أجزاؤه بلغ ذلك كله تسعة وثلاثين . فإياه^(١) أن تتصف الأجزاء وهي في
هذه المسئلة خمسة فتضربها في مثلها فتكون خمسة وعشرين فتزيدها على التسعة
والثلاثين فتكون أربعة وستين فتأخذ جذرها وهو ثمانية فتنقص منه نصف
الأجزاء هو خمسة فيبقى ثلاثة وهو جذر المال الذي تريد والمال تسعة .

Traduction :

Un bien et dix de ses racines égalent trente-neuf

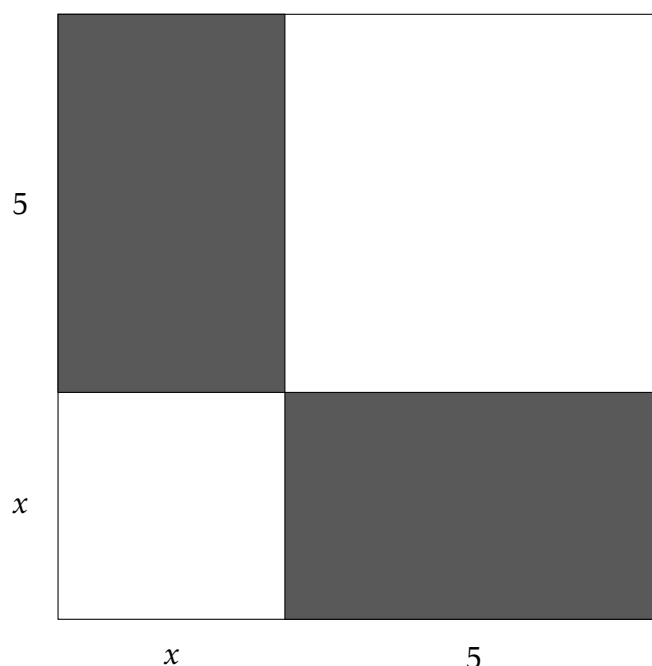
Quant aux biens et aux racines qui égalent le nombre, c'est comme lorsque tu dis : un bien et dix de ses racines égalent trente-neuf dirhams.

Sa signification est que tout bien, si tu lui ajoutes l'équivalent de dix de ses racines [est tel que] cela atteindra trente-neuf.

Son procédé de résolution consiste à diviser les racines par deux, et c'est cinq dans ce problème. Tu le multiplies par lui-même et ce sera vingt-cinq. Tu l'ajoutes à trente-neuf. Cela donnera soixante-quatre. Tu prends alors racine qui est huit et tu en retranches la moitié [du nombre] des racines qui est cinq. Il reste trois et c'est la racine que tu cherches et le bien est neuf.

d'après l'édition arabe de A.M. Mashrafa et M.M. Ahmad, Le Caire, 1968, p.18-19

1. Écrire l'équation qui correspond au problème dans notre symbolisme.
2. Écrire l'algorithme qui permet de trouver la solution de cette équation.
3. Voici la figure d' Al-Khawārizmi qui illustre le texte :



En quoi la figure prouve l'algorithme proposé par Al-Khawārizmi ?

4. Comment écrirait-on cette résolution en langage moderne ?
5. Résoudre à la façon d'Al-Khawārizmi les équation suivantes :
$$x^2 + 2x = 48 \qquad x^2 + 8x = 33$$

Sources :

- BARBIN, Évelyne. *Faire des mathématiques avec l'histoire au lycée*. Ellipses, juillet 2019.
- NOUINI, Kacem. *Les équation canoniques d'Al-Khawārizmi : entre algorithmes et poésie*. I.R.E.M. de Clermont-Ferrand, janvier 2016.
- PICART, Philippe. [http ://trucsmaths.free.fr/alkhwarizmi.htm](http://trucsmaths.free.fr/alkhwarizmi.htm), (consulté le 15 octobre 2019).
- École normale supérieure de Paris. [http ://culturemath.ens.fr/content/lalg%C3%A8bre-arabe-entretien-avec-ahmed-djebbar](http://culturemath.ens.fr/content/lalg%C3%A8bre-arabe-entretien-avec-ahmed-djebbar) (consulté le 13 octobre 2019).